

Chapitre II :

La commande par la logique floue

II.1. Historique :

De nos jours, la logique floue (fuzzy logic) est un axe de recherche important sur lequel se focalisent de nombreux scientifiques. Des retombées technologiques sont d'ores et déjà disponibles, tant dans le domaine grand public (appareils photos, machines à laver, fours à micro-onde), que dans le domaine industriel (classification, aide à la décision, réglage et commande de processus, complexes liés à l'énergie, aux transports, à la transformation de la matière, à la robotique, aux machines-outils).

Les bases théoriques de la logique floue ont été formulées en 1965 par le professeur Lotfi A. Zadeh, de l'Université de Berkeley en Californie. Il a introduit la notion de sous-ensemble flou pour fournir un moyen de représentation et de manipulation des connaissances imparfaitement décrites, vagues ou imprécises. A cette époque, la théorie de la logique floue n'a pas été prise au sérieux excepté par quelques experts.

Dès 1975, Mamdani et Assilian publient les premiers résultats permettant une exploitation de cette théorie dans des systèmes de réglage. En utilisant une structure de contrôleur relativement simple, ils ont obtenu de meilleurs résultats lors de la commande de certains processus que ceux fournis par un régulateur standard de type PID.

Peu de temps après, en 1977, le danois Ostergaard a appliqué la logique floue à la commande de tubes broyeurs pour la fabrication de ciment. A cette époque, la plupart des études concernant les systèmes de régulation exploitant la logique floue ont été réalisées en Europe. A partir de 1985 environ, ce sont les Japonais qui commencent à utiliser largement la logique floue dans des produits industriels et de consommation pour résoudre des problèmes de réglage et de commande[8].

II.2. Logique floue :

La notion de la Logique floue permet d'étendre la notion de la logique classique, associée aux variables booléens ne prenant que deux valeurs 0 et 1. Il est alors possible d'associer à des variables des coefficients d'appartenance décrites par des sous-ensembles flous prenant des valeurs dans l'intervalle $[0, 1]$ et quantifiant l'incertitude sur la variable. Le principe du réglage par la Logique floue se rapproche de la démarche humaine dans le sens où les variables à traiter ne sont pas des variables logiques, mais des variables linguistiques, comme par exemple aller beaucoup plus vite, freiner à fond. etc. En outre. Ces variables linguistiques sont traitées à l'aide de règles qui font référence à une certaine connaissance du comportement du système à régler. En effet, sur la base de ce principe. Les systèmes flous et l'ensemble des règles qui leurs sont rattachées forment une classe de fonctions non linéaires qui permet de construire par apprentissage une très large classe de modèles et de correcteurs. Partant de ces idées fondamentales, on peut dire que la Logique floue est une logique fondée sur des variables pouvant prendre, outre les valeurs "vrai" ou "faux" des valeurs intermédiaires avec une certaine probabilité, en faisant intervenir les principes de la logique floue[9].

II.2.1.Principe de la logique floue :

La logique floue n'est autre que l'extension de la logique binaire, à l'aide d'une série de notions fondamentales développées qui ont permis de justifier et de montrer certaines notions de base. Les éléments indispensables à la compréhension du réglage par la logique floue sont [9].

- Les règles d'inférence.
- Les opérateurs flous.
- Les variables floues.

Les opérateurs les plus utilisés en logique floue sont :

L'opérateur "et" pour la t-norme, qui correspond à l'intersection de deux ensembles A et B. Il peut être réalisé par :

- La fonction "Min" : $\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$
- La fonction arithmétique "Produit" : $\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$
- L'opérateur "ou" pour la s-norme, qui correspond à l'union de deux ensembles A et B. Il peut être réalisé par :

- La fonction "Max" : $\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$
- La fonction arithmétique "Somme" : $\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x)$
- L'opérateur "non" est réalisé par : $\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x)$.

II.2.2. Variables linguistiques :

L'un des avantages de la théorie des ensembles flous est le développement d'une méthode pour la formulation et la résolution de problèmes trop complexes ou trop mal définis pour pouvoir être analysés par les méthodes classiques. Dans cette méthode, les valeurs assignées aux variables qui peuvent être obtenues, par exemple, par expérience d'un opérateur humain et peuvent être exprimées par des expressions telles que « grand », « moyen », « aux environs de », etc. Les valeurs de la variable floue sont donc des étiquettes floues exprimées en termes de fonctions d'appartenance respective. De façon générale, ces étiquettes floues peuvent être des expressions d'une langue courante et on les appelle « variables Linguistiques » [10].

II.2.3. Les ensembles flous :

Dans la théorie des ensembles classiques, il n'y a que deux situations acceptables pour un élément, appartenir ou ne pas appartenir à un sous-ensemble. Le mérite de Zadeh a été de tenter de sortir de cette logique booléenne en introduisant la notion d'appartenance pondérée : permettre des graduations dans l'appartenance d'un élément à un sous-

ensemble, c'est-à-dire d'autoriser un élément à appartenir plus moins fortement à ce sous-ensemble.

Soit X un ensemble de référence et soit x un élément quelconque de X . Un sous-ensemble flou A de X est défini comme l'ensemble des couples :

$$A = \{(x, \mu_A(x), x \in X\}$$

Avec

$$\mu_A : X \rightarrow [0,1]$$

Ainsi, un sous-ensemble flou A de X est caractérisé par une fonction d'appartenance qui associe, à chaque point x de X un réel dans l'intervalle $[0,1]$; représente le degré d'appartenance de x à A . On observe les trois cas possibles suivants :

$$\begin{cases} \mu_A(x) = 0 \\ 0 < \mu_A(x) < 1 \\ \mu_A(x) = 1 \end{cases}$$

Où, $\mu_A(x) = 0$ si x n'appartient pas à A ; $0 < \mu_A(x) < 1$ si x appartient partiellement à A ; et $\mu_A(x) = 1$ si x appartient entièrement à A . La fonction d'appartenance inclut ou exclut donc à ses extrémités tout élément x au sous-ensemble A . Entre les valeurs extrêmes, le degré d'appartenance varie à proportion de la proximité à l'ensemble [11].

II.2.4. Les fonctions d'appartenance :

Peuvent avoir diverses formes selon leur définition :

a- Fonction triangulaire :

Elle est définie par trois paramètres a, b, c qui déterminent les coordonnées des trois sommets, la figure ci dessous représente la fonction triangulaire :

$$\mu(x) = \max[\min(\frac{(x-a)}{(b-a)}, \frac{(c-x)}{(c-b)}), 0] \quad (II.1)$$

b- Fonction trapézoïdale :

Elle définie par quatre paramètres a, b, c, d , qui déterminent les coordonnées des quatre sommets . La figure (II.1) représente la fonction trapézoïdale.

$$\mu(x) = \max[\min(\frac{(x-a)}{(b-a)}, 1, \frac{(d-x)}{(d-c)}), 0] \quad (II.2)$$

c- Fonction gaussienne :

elle définie par deux paramètres σ, m , la figure (II.1) représente la fonction gaussienne :

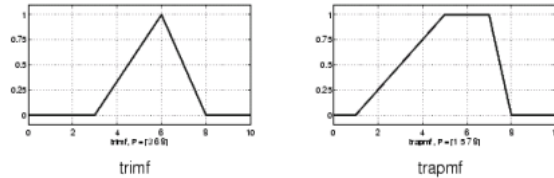
$$\mu(x) = \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (II.3)$$

d- Fonction sigmoïde :

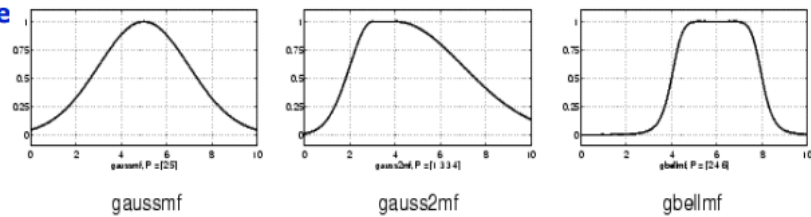
Elle est définie par deux paramètres a,c, la figure (II.1) représente la fonction sigmoïde [9].

$$\mu(x) = \frac{1}{(1 + \exp(-a(x-c)))} \quad (II.4)$$

■ triangulaire, trapézoïdale,



■ Gaussienne



■ Sigmoïdes...

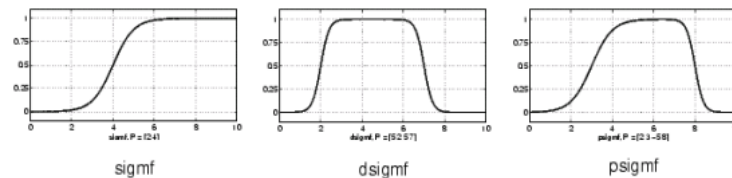


Figure (II.1) : Formes des fonctions d'appartenance usuelles[12].

II.3. Raisonnement floue :

Un des apports principaux de la logique standard a été la formalisation des méthodes de déduction, qui sont en quelque sorte un outil de raisonnement. Les méthodes de déduction utilisées en logique standard permettent de définir une nouvelle certitude à partir d'autres connaissances certaines. Dans le cadre de la logique floue, il est possible de généraliser les méthodes de raisonnement lorsqu'on dispose de connaissances incertaines ou imprécises [8].

II.4. Implication floue :

L'implication floue est un opérateur qui permet d'évaluer le degré de vérité d'une règle de la forme :

SI x est A ALORS y est B

A partir des valeurs de la prémisses d'une part, et de celle de la conclusion d'autre part. Ce degré de vérité est évalué à partir des degrés d'appartenance de x de A et y de B comme suit:

$$\mu_R(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (II.5)$$

Les opérateurs les plus utilisés en commande floue sont les implications de Mamdani et de Larsen [13]:

- *implication de Mamdani* : $\mu R(x, y) = \min(\mu A(x), \mu B(y))$ (II.6)

- *implication de Larsen* : $\mu R(x, y) = \mu A(x) \times \mu B(y)$ (II.7)

II.4.1. Modus ponens et modus ponens généralise :

a- *Modus ponens* :

Si $p \rightarrow q$ vrai et p vrai alors q vrai [10].

b- *Modus ponens généralise* :

Dans la logique classique, le *modus ponens* permet d'obtenir une conclusion seulement quand on connaît exactement les valeurs considérées p et q . Dans le cas d'un raisonnement approximatif, il est nécessaire de modifier le *modus ponens* pour obtenir la souplesse de raisonnement. Si les sous-ensembles flous A et A' ont des fonctions d'appartenance peu différentes, les propositions floues « A est B et A' est B' » peuvent être considérées comme proches.

Dans le cadre du raisonnement approximatif, le *modus ponens* a son équivalent sous forme du *modus ponens généralisé* qui tient compte de l'idée de proximité. Cette méthode a été proposée par L.A. Zadeh. Elle peut s'écrire sous la forme [10]:

x est A' avec la fonction d'appartenance : A'

et Règle floue : si x est A , alors y est B : B

donc y est B' avec la fonction d'appartenance : B'

A partir de la règle « SI A ALORS B » et du fait « A' », on déduit un nouveau fait « B' » qui est caractérisé par un ensemble flou dont la fonction d'appartenance est donnée par [13] :

$$\mu B'(y) = \sup(\mu A'(x) * \mu R(x, y)) \quad (II.9)$$

II.5. Réglage et commande par logique floue :

La commande floue est un domaine d'application de la théorie des ensembles flous qui a été proposée par L.A. Zadeh puis son principe a été appliqué par Mamdani et Assilian sur la commande des processus industriels.

Son but est, comme en automatique classique, de traiter des problèmes de commande de processus. Elle se différencie cependant sur les points suivants :

La connaissance mathématique de la fonction du processus n'est pas nécessaire.

- La maîtrise du système à régler avec un comportement complexe (fortement non linéaire et difficile à modéliser).

- Piloter un processus en utilisant les connaissances et l'expérience d'un opérateur humain qualifié « expert » .
- Le régulateur par la logique floue ne traite pas une relation mathématique bien définie (algorithme de réglage) mais utilise des inférences avec plusieurs règles se basant sur des variables linguistiques [13].

II.5.1. Régulateur floue :

Par opposition à un régulateur classique, Le régulateur flou ne traite pas une relation mathématique mais utilise des inférences basant sur des variables linguistiques, La majorité des régulateurs flous développés utilisent le schéma simple proposé par E.Mamdani. Ce schéma est illustré par la figure (II.2)

Donc un régulateur flou est constitué principalement de 4 blocs[7]:

- Fuzzification;
- Base de règles;
- Inférence;
- Défuzzification.

et la description de chacune de ces étapes est donnée ci-dessous

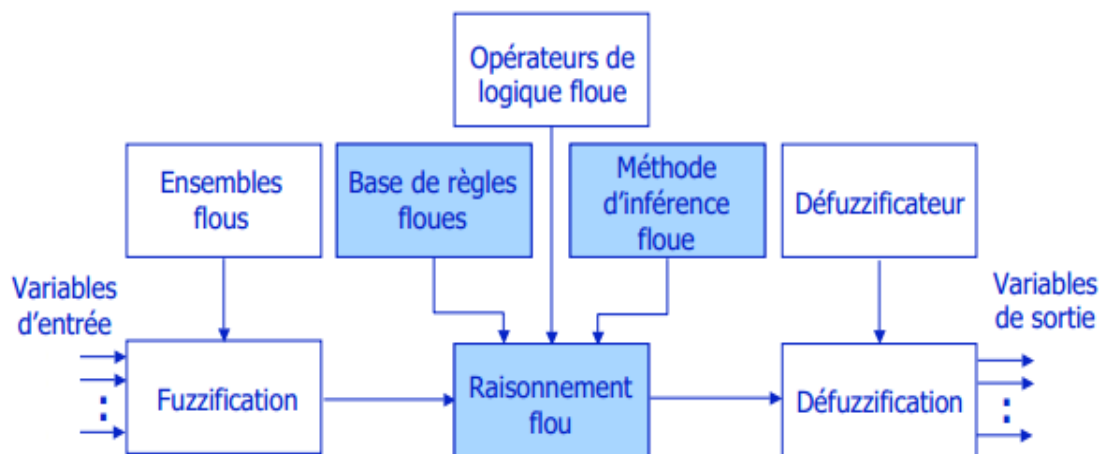


Figure (II.2) : Schéma synoptique d'un régulateur flou[12]

a- Fuzzification

La *fuzzification* est le premier traitement qui entre en compte dans la structure d'un système flou. Elle consiste à donner un degré d'appartenance à une valeur réelle d'entrée en fonction des ensembles flous. Dans un système flou, il faut rendre floues (fuzzifier) les entrées et les sorties du système. Pour le système flou, la fuzzification des variables est une étape importante du processus de mise en œuvre. Les caractéristiques de cette étape sont habituellement déterminées par des experts ou des opérateurs qualifiés travaillant sur le

processus et recourant le plus souvent à leurs connaissances. De plus, les performances du système flou seront influencées par la fuzzification.

Les étapes de la fuzzification consistent à :

- * Etablir les variables linguistiques;
- * Établir les quantificateurs flous (nombre de valeurs linguistiques);
- * Attribuer une signification numérique à chaque quantificateur flou : fonction d'appartenance[11].

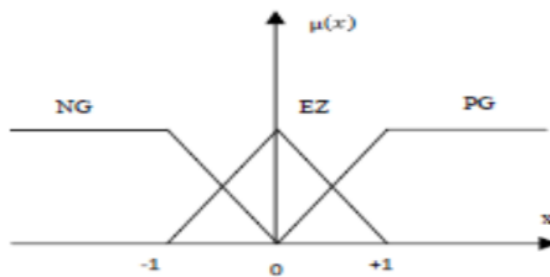


Figure II.3 : Fonctions d'appartenances [7]

b- Base de règles :

La base de connaissance comprend une connaissance du domaine d'application et les buts du contrôle prévu. Elle est composée [7]:

- D'une base de données fournissant les informations nécessaires pour les fonctions de normalisation.
- La base de règle constitue un ensemble d'expressions linguistiques structurées autour d'une connaissance d'expert, et représentée sous forme de règles: Si (Condition) Alors(Conséquence)

c- Moteur d'inférence :

Le moteur d'inférence floue transforme, à l'aide des techniques de raisonnement flou, la partie floue issue de la fuzzification en une nouvelle partie floue. En fait, le moteur d'inférence combine les règles floues, en utilisant le principe de la logique floue, pour effectuer une transformation à partir des ensembles flous dans l'espace d'entrée vers des ensembles flous dans l'espace de sortie.

Pour le réglage par logique floue, on utilise en générale une des méthodes suivantes[13] :

- *Methode d'inférence max-min (méthode de Mamdani):*

La méthode d'inférence max-min est réalisée, au niveau de la condition l'opérateur « ET » par la formulation du minimum.

La conclusion dans chaque règle, introduite par « ALORS », lie le facteur d'appartenance de la prémisse avec la fonction d'appartenance de la variable de sortie est réalisé par la formation du minimum. Enfin l'opérateur « OU » qui lie les différentes règles est réalisé par la formation du maximum [13].

- *Méthode d'inférence max-produit (méthode de Larsen) :*

La méthode d'inférence max-produit est réalisée, au niveau de la condition, l'opérateur « ET » par la formation du produit. La condition dans chaque règle, introduite par « ALORS » est réalisée par la formation du produit. L'opérateur « OU » qui lie les différentes règles est réalisé par la formation du maximum [13].

- *Méthode de Sugeno :*

L'opérateur « ET » est réalisé par la formation du minimum, la conclusion de chaque règle floue à une forme polynomiale. La sortie est égale à la moyenne pondérée de la sortie de chaque règle floue [13].

d- Défuzzification :

Le résultat de l'inférence en utilisant une des méthodes d'implication floue, Max-min, Max-prod ou Som-prod, est une valeur floue. Cette information ne peut être utilisée directement pour contrôler le système. Une transformation étant connue par la défuzzification (concrétisation).

Plusieurs méthodes de défuzzification existent en logique floue, les plus utilisées sont:

- méthode du maximum ;
- La méthode de la moyenne des maxima
- La méthode du centre de gravité (COG)

Il est à signaler que le choix des fonctions d'appartenances de même type, symétriques et équitables facilitera considérablement le processus de défuzzification [7].

- *Méthode du maxima :*

Comme son nom l'indique, la commande en sortie est égale à la commande ayant la fonction d'appartenance maximale.

La méthode du maximum simple, rapide et facile mais elle introduit des ambiguïtés et une discontinuité de la sortie (parfois on trouve deux valeurs maximales) [7].

- *Méthode de la moyenne des maxima :*

Elle considère, comme valeur de sortie, la moyenne de toutes les valeurs pour lesquelles la fonction d'appartenance issue de l'inférence est maximale [7].

- Défuzzification par centre de gravité :

Défuzzification par centre de gravité consiste à calculer du centre de gravité de la fonction d'appartenance selon[8] :

$$y_{cg} = \frac{\int_y y \cdot \mu_{B_{res}}(y) dy}{\int_y y \cdot B_{res}(y) dy} \quad (\text{II.10})$$

L'intégrale au dénominateur donne la surface, tandis que l'intégrale au numérateur correspond au moment de la surface[7].

Il est à noter que cette méthode est généralement difficile à calculer. De ce fait, cette méthode est la plus coûteuse en termes de temps de calcul[13].

II.6. Application de la logique floue a la commande de la MAS :

Dans cette section nous présentons un types de régulateur flou pour le réglage de la vitesse d'une MAS.

En 1974, E.H.Mamdani est le premier qui a appliqué la technique de réglage par la logique floue utilisant le premier contrôleur flou, celle-ci est construite d'un organe de décision utilisant des règles subjectives et imprécises données par des experts qui connaissent bien le système.

La majorité des régulateurs utilisent le schéma simple proposé par Mamdani pour les systèmes MIMO mono-entrée/mono-sortie, ce schéma est représenté par la figure (II.4) suivante :

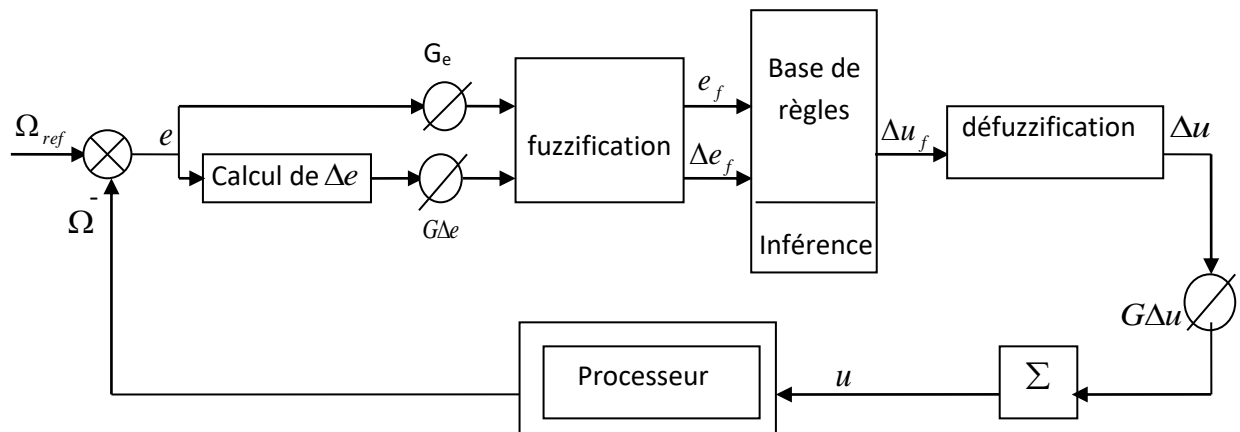


Figure (II.4) : Schéma bloc de régulation par régulateur flou [13]

D'après ce schéma le système est composé :

- d'un bloc de fuzzification utilisé pour convertir l'erreur et sa variation en valeur floues ;
- des règles du régulateur flou ;
- d'un bloc de defuzzification utilisé pour convertir la variation de la commande floue en valeur numérique ;
- d'un bloc intégrateur [13].

II.6.1. La commande floue de type Mamdani :

Dans un système flou de Mamdani (Conventionnel) les règles sont de type :

$$R_{(i,j,k)} : \text{Si } x \text{ est } A_i \text{ et } y \text{ est } B_j \text{ Alors } z \text{ est } C_k$$

Où A_i, B_j et C_k représentent des termes linguistiques auxquels est attribuée une signification floue que l'on suppose normalisée.

Pour des entrées numériques précises, x_0 et y_0 , un sous-ensemble flou de sortie, noté F , est généré selon la relation :

$$\mu_F(z) = \max_{(i,j,k) \in I} \min(\mu_{A_i}(x_0), \mu_{B_j}(y_0), \mu_{C_k}(z)) \quad (\text{II.11})$$

μ est appelée fonction d'appartenance.

L'opération $\max_{(ijk) \in I}$ correspond à l'application de l'opérateur max sur l'ensemble des règles actives. La valeur numérique de sortie délivrée par le système flou est obtenue par défuzzification, classiquement implantée par la méthode du centre de gravité :

$$z = \frac{\int z \mu_F(z) dz}{\int \mu_F(z) dz} \quad (\text{II.12})$$

Dans ce type de systèmes flous, la prémisse et la conclusion sont floues. Après l'inférence, le résultat est un ensemble flou caractérisé par sa fonction d'appartenance.

Afin d'obtenir la valeur réelle de la commande à appliquer il faut passer par une étape de «défuzzification » Les règles de la commande floue « Si-Alors » sont obtenues à partir de l'expertise d'un opérateur. Quoique la performance d'une telle technique de commande soit généralement satisfaisante en pratique la non garantie de la stabilité du système de commande en boucle fermée est souvent critiquée.

Plusieurs approches ont été proposées pour étudier le problème de stabilité. L'idée principale de ces approches est de considérer le contrôleur flou comme un contrôleur non linéaire et d'utiliser la théorie des systèmes non linéaire pour l'analyse de la stabilité [14].

II.6.2. Régulateur à trois ensembles flous:

Le regulateur admet pour les variables d'entrée et la variable de sortie trois ensembles flous NG (Négatif grand) EZ (Environ zero) et PG (Positif grand) comme c'est montré à la figure (II.5):

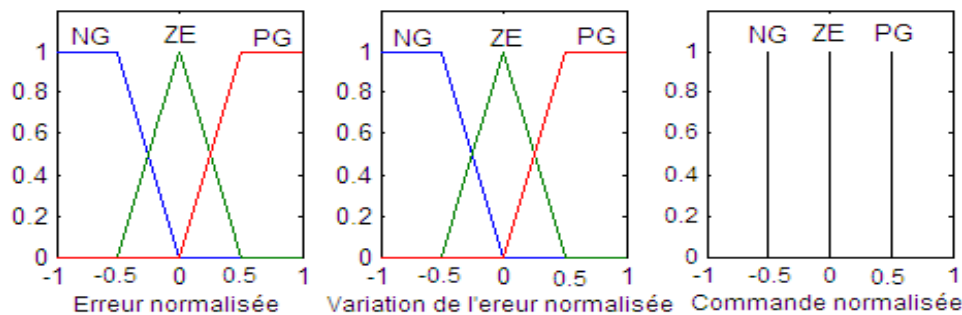


Figure (II.5): Fonction d'appartenance des differentes variables linguistiques [13].

Les règles floues relient le signal de sortie avec les signaux d'entrées par des conditions linguistiques, et l'établissement de ces règles sont généralement basés sur l'expérience de l'opérateur et / ou du savoir-faire de l'ingénieur en régulation et contrôle.

L'évaluation des règles floues étant une opération déterministe, il est tout à fait envisageable de mettre sous forme de tableau (II.1) ce régulateur.

Δe \ e	NG	ZE	PG
NG	NG	NG	ZE
ZE	NG	ZE	PG
PG	ZE	PG	PG

Tableau (II.1) : Base de règle

Les valeurs contenues dans ces cellules ont été déterminées de façon logique en étudiant toutes les combinaisons possibles des variables d'entrée.

Par exemple, il est clair que, si l'erreur est fortement négative et sa variation aussi, le signal de commande doit être également. Au contraire, si l'erreur est environ zéro et sa variation aussi, il en sera de même de la commande. Si l'erreur est environ zéro et sa variation est fortement négative ou si l'erreur est fortement négative et sa variation est environ zéro, le signal de commande doit être fortement négatif [13].

II.7. La logique floue dans l'industrie :

Depuis quelques années, on voit émerger, notamment aux États-Unis, plusieurs applications utilisant des systèmes de contrôle basés sur la théorie des ensembles flous. Les principaux domaines de recherche et d'application de la logique floue sont les suivants:

- Automatisation de la production de fer et de l'acier, purification de l'eau, chaîne de montage et robots de fabrication.
- Commande des instruments (capteur, et instruments de mesure), et reconnaissance de voix et de caractères.
- Conception, jugement et décision (consultation, investissement et développement horaires de train).
- Commande des unités arithmétiques, des micro- ordinateurs, et réalisation des opérateurs.
- Traitement d'information telles que les données, recherche de l'information modélisation des systèmes, etc ... [11].

II.8. Propriétés d'un réglage par logique floue :

La commande par logique floue réunit un certain nombre d'avantages et l'inconvénients. Les avantages essentiels sont :

- La non nécessité d'une modélisation mathématique rigoureuse du processus ;
- La possibilité d'implanter des connaissances (linguistiques) de l'opérateur de processus ;
- La maîtrise du procédé avec un comportement complexe (fortement non-linéaire et difficile à modéliser) ;
- La réduction du temps de développement et de maintenance ;
- La simplicité de définition et de conception.

Par contre, les inconvénients sont :

- Le manque de directives précises pour la conception d'un réglage (choix des grandeurs à mesurer, détermination de la fuzzification, des inférences et de la défuzzification).
- La précision de réglage souvent peut élevée etc ...
- L'approche artisanale et non systématique (implantation des connaissances des opérateurs souvent difficile) ;
- La difficulté de montrer la stabilité dans tous les cas ;

En tout cas, on peut confirmer que le réglage par logique floue présente une solution valable par rapport aux réglages conventionnels. Cela est confirmé non seulement par un fort développement dans beaucoup de domaines d'application, mais aussi par des travaux de recherche sur le plan théorique. Ainsi, il est possible de combler quelques lacunes actuelles, comme le manque de directives pour la conception et l'impossibilité de la démonstration de la stabilité en l'absence d'un modèle valable [11][14].

II.9. Conclusion:

Dans ce chapitre, nous avons présentés les notions générales de la logique floue et la composition d'un système de commande floue. L'accent a particulièrement été mis sur les différentes étapes dans le traitement des règles d'un contrôleur flou et les différents types de commande en utilisant la logique floue.

Retenons que l'intérêt majeur de la logique floue en commande réside dans sa capacité à traduire une stratégie de contrôle d'un opérateur qualifié en un ensemble de règles linguistique facilement interprétables.